

## Dioptres sphériques-Lentilles

Plan du cours

### 1. Dioptres sphériques

- 1.1 Définition
- 1.2 Construction de l'image donnée par un dioptre sphérique
- 1.3. Relation de conjugaison avec origine au sommet

### 2. Association de dioptres sphériques – Lentilles minces

- 2.1 Définition

#### 2.2 Lentilles minces

- 2.2.1 Définition
  - 2.2.2 Relation de conjugaison de la lentille mince
  - 2.2.3 La vergence  $C$  d'une lentille mince
  - 2.2.4 Points focaux objet et image
    - Définitions
    - a. Foyer image  $F'$
    - b. Foyer objet  $F$
  - 2.2.5 Distance focale d'une lentille mince
  - 2.2.6 Grandissement d'une lentille mince
  - 2.2.7 Construction géométrique de l'image d'un objet à travers une lentille mince
-

## 1. Dioptres sphériques

### 1.1 Définition

Un dioptre sphérique sépare deux milieux d'indice différents  $n_1$  et  $n_2$ , et possède un rayon de courbure  $R$  (Figure 1a et Figure 1b).

Il est caractérisé par :

$C$  : **centre** du dioptre

$S$  : **sommet** du dioptre

$\overline{SC}$  : rayon de courbure. Compte tenu de sa définition, il peut être positif ou négatif.

**Remarque** : le dioptre plan est un dioptre sphérique dont le rayon de courbure est infini.

Le dioptre sphérique est dit **convexe**  $\overline{SC} > 0$  (Figure 1a)

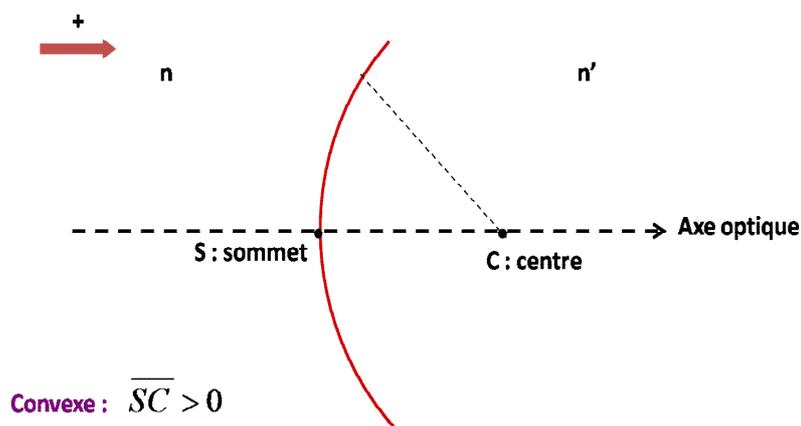


Figure 1a. Dioptre sphérique convexe.

ou **concave**  $\overline{SC} < 0$  (Figure 1b).

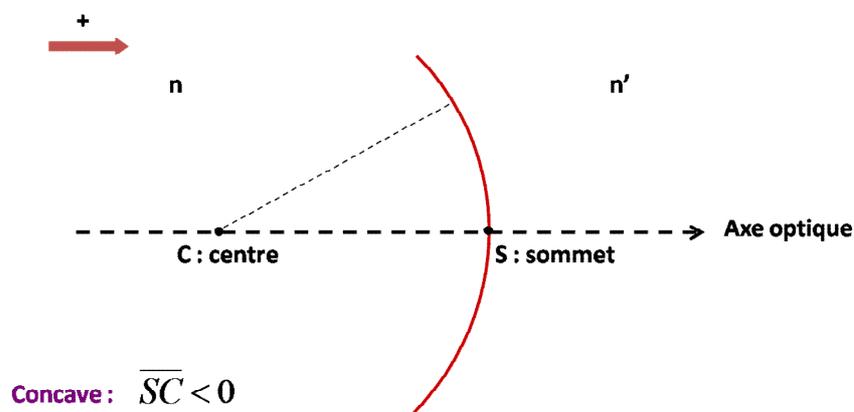


Figure 1b. Dioptre sphérique concave.

## 1.2 Construction de l'image donnée par un dioptre sphérique

Soit un point  $A$  de l'axe principal. Pour construire l'image  $A'$  de  $A$ , prenons un rayon issu de  $A$ , frappant le dioptre en  $M$  (Figures 2).

### ➤ Dioptre sphérique convexe

Cas  $n_1 < n_2$ :

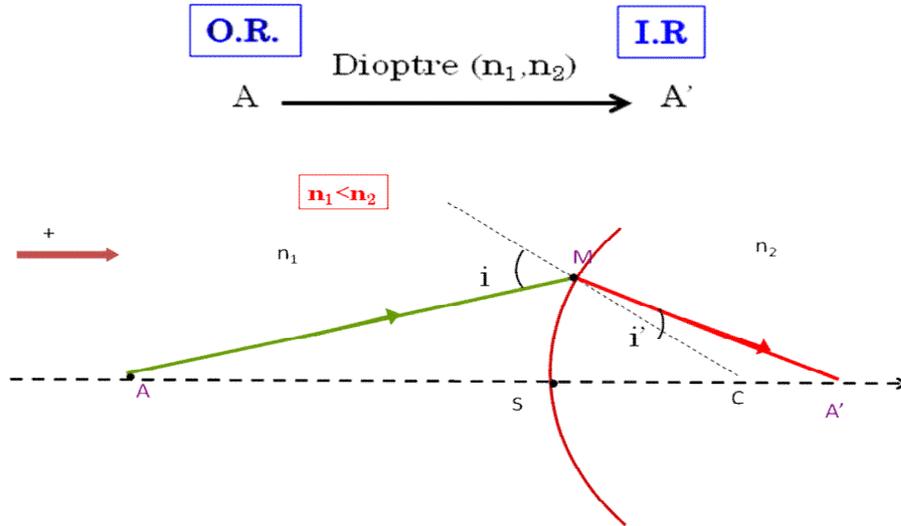


Figure 2a.

Cas  $n_1 > n_2$ :

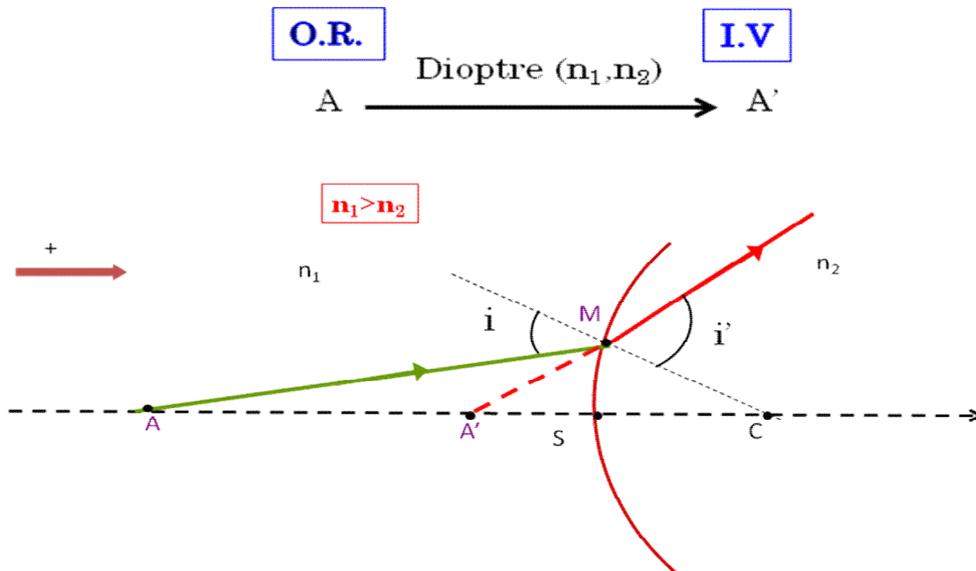


Figure 2b.

➤ Dioptrie sphérique concave

➤ Cas  $n_1 < n_2$ :

$A'$  est plus proche de  $S$  que  $A$ .

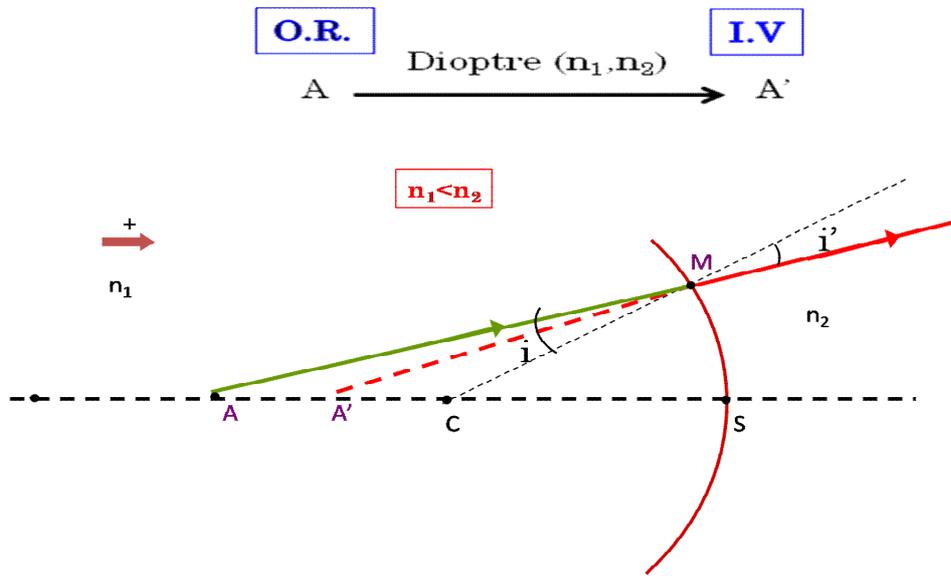


Figure 2c.

➤ Cas  $n_1 > n_2$ :

$A'$  est plus éloignée de  $S$  que  $A$ .

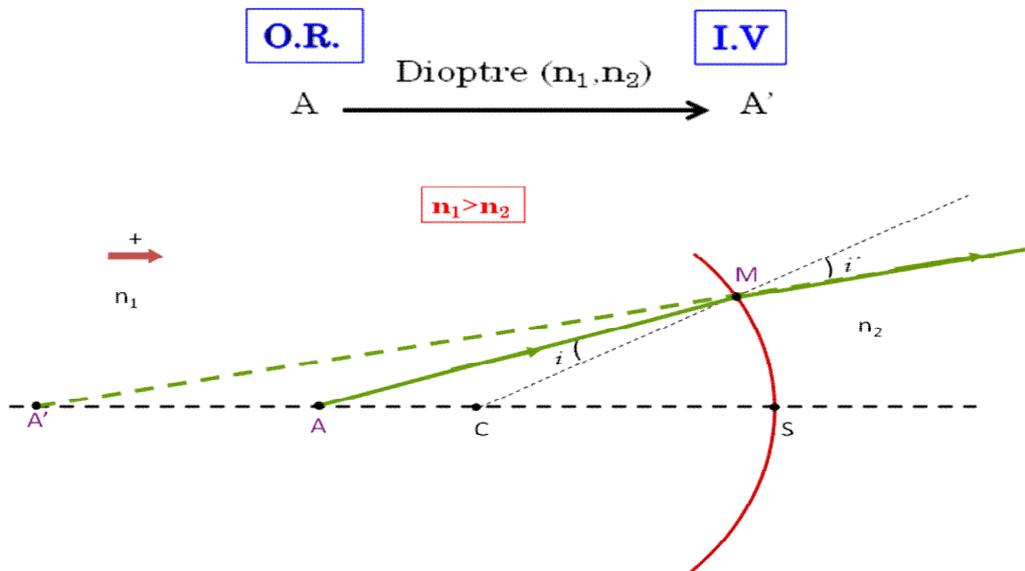


Figure 2d.

### 1.3. Relation de conjugaison avec origine au sommet

Appliquons la relation des sinus aux deux triangles  $CAI$  et  $CA'I$  (voir figure3):

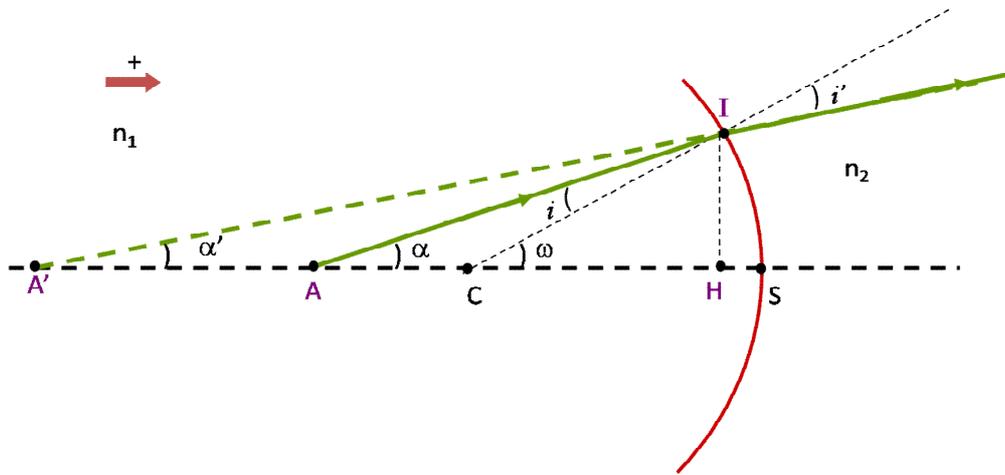


Figure 3.

$$\frac{\overline{CA}}{\sin i} = \frac{\overline{IA}}{\sin \omega}$$

$$\frac{\overline{CA'}}{\sin i'} = \frac{\overline{IA'}}{\sin \omega}$$

D'où la relation :

$$\frac{\overline{IA'}}{\overline{IA}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} \frac{\sin i}{\sin i'}$$

De plus, en appliquant la relation de Snell-Descartes au point I :

$$n_1 \sin i = n_2 \sin i'$$

d'où:

$$\frac{n_1 \overline{CA}}{\overline{IA}} = \frac{n_2 \overline{CA'}}{\overline{IA'}}$$

Dans les conditions de Gauss, c'est à dire pour de faibles angles d'incidence, I est proche de S. Ainsi,

$$\frac{n_1 \overline{CA}}{\overline{SA}} = \frac{n_2 \overline{CA'}}{\overline{SA'}}$$

En appliquant la relation de Chasles :

$$\overline{CA} = \overline{CS} + \overline{SA} \quad \text{et} \quad \overline{CA'} = \overline{CS} + \overline{SA'}$$

Soit :

$$\frac{n_1 \overline{CA}}{\overline{SA}} = \frac{n_2 \overline{CA'}}{\overline{SA'}} \quad \Longrightarrow \quad \frac{n_1 \overline{CS} + \overline{SA}}{\overline{SA}} = \frac{n_2 \overline{CS} + \overline{SA'}}{\overline{SA'}}$$

$$n_1 \left[ 1 - \frac{\overline{SC}}{SA} \right] = n_2 \left[ 1 - \frac{\overline{SC}}{SA'} \right]$$

$$n_1 - n_2 = n_1 \frac{\overline{SC}}{SA} - n_2 \frac{\overline{SC}}{SA'}$$

En divisant les deux membres par  $\overline{SC}$  :

$$\frac{n_1}{SA} - \frac{n_2}{SA'} = \frac{n_1 - n_2}{SC}$$

Relation de conjugaison  
du dioptré sphérique

Cette relation est appelée relation de conjugaison avec origine au sommet.

## 2. Association de dioptries sphériques – Lentilles minces

### 2.1 Définition

Une lentille épaisse est formée par l'association de deux dioptries sphériques dont les sommets  $S_1$  et  $S_2$  sont distincts l'un de l'autre. Il n'existe pas de relation particulière pour les lentilles épaisses, contrairement aux lentilles minces. Il faut utiliser la relation de conjugaison pour les dioptries sphériques et l'utiliser pour chacun des dioptries.

Il existe trois sortes de lentilles dites à bords minces :

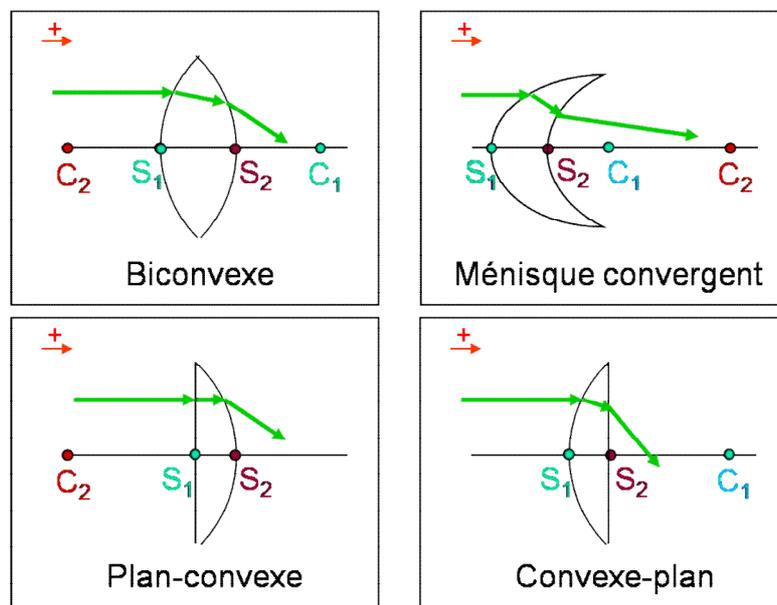


Figure 4a. Lentilles à bords mince

et trois sortes de lentilles dites à bords épais.

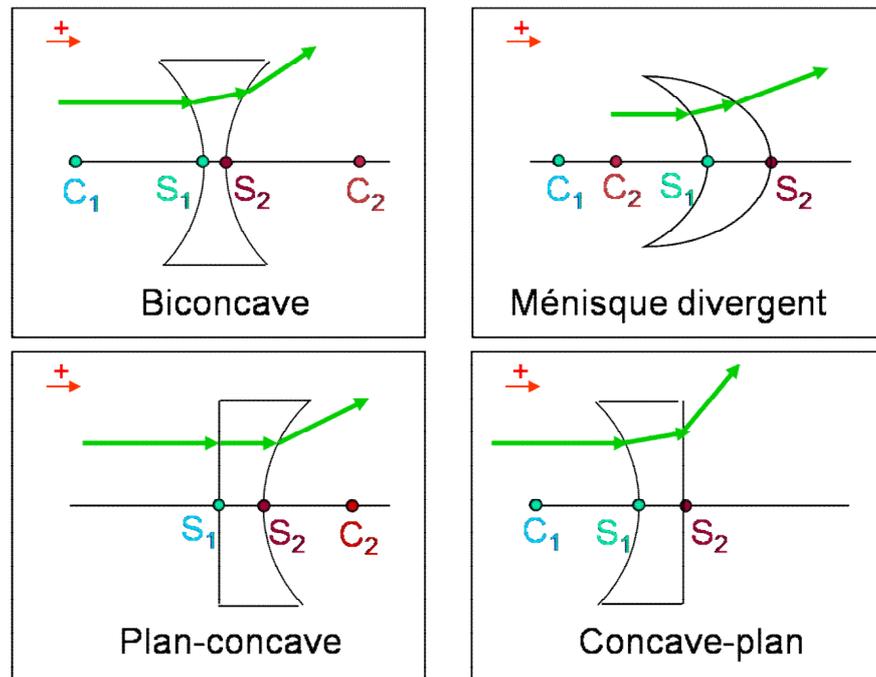


Figure 4b. Lentilles à bords épais

## 2.2 Lentilles minces

### 2.2.1 Définition

- a) Une lentille mince est un milieu transparent homogène et isotrope limité par deux dioptries sphériques ou un dioptre sphérique et un dioptre plan.

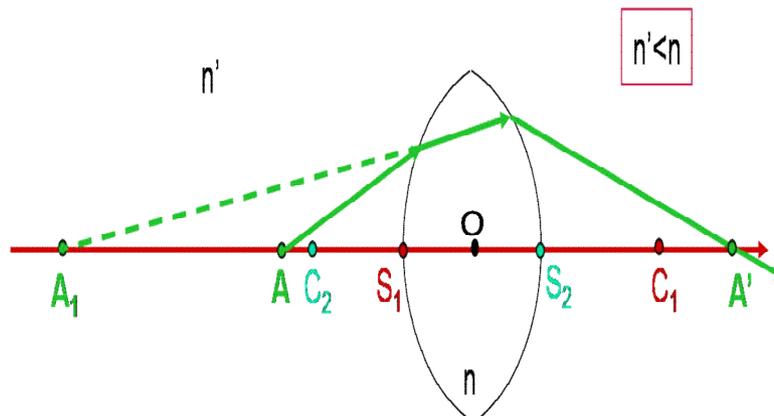


Figure 5. Lentille mince

#### Caractéristiques d'une lentille mince

- Une lentille mince correspond à une lentille dont l'épaisseur maximum est très petite devant les rayons de courbure des deux dioptries.
- Les sommets  $S_1$  et  $S_2$  sont pratiquement confondus en un même point  $O$  (Figure 5). Le point  $O$  est appelé **centre optique de la lentille**.

$$S_1 \equiv S_2 \equiv O$$

- L'axe passant par  $O$  et par les deux centres des dioptries sphériques, et est appelé **axe principal** de la lentille.

### 2.2.2 Relation de conjugaison de la lentille mince

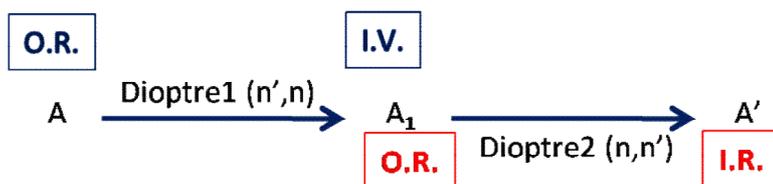
Les lentilles minces sont étudiées dans l'approximation de Gauss.

Ainsi, les points objets sont situés au voisinage de l'axe optique. Les rayons considérés sont limités aux rayons paraxiaux ; et tout point A admet un point conjugué A' (Condition de stigmatisme approché).

On applique deux fois les relations de conjugaison d'un dioptre sphérique.

Le premier dioptre sépare les milieux d'indice n' et n ; le second dioptre sépare les milieux d'indice n et n'.

Le schéma synoptique s'écrit :



Par conséquent nous avons:

$$\frac{n}{OA_1} - \frac{n'}{OA} = \frac{n-n'}{OC_1} \quad (1) \quad ; \quad A_1 \text{ est l'image de } A \text{ à travers le dioptre 1,}$$

$\overline{OC_1}$  est le rayon de courbure du dioptre 1

$$\frac{n'}{OA'} - \frac{n}{OA_1} = \frac{n'-n}{OC_2} \quad (2) \quad ; \quad A' \text{ est l'image de } A_1 \text{ à travers le dioptre 2}$$

$\overline{OC_2}$  est le rayon de courbure du dioptre 2

La somme des deux équations (1) et (2) donne :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{n-n'}{n'} \left( \frac{1}{OC_1} - \frac{1}{OC_2} \right) \quad (3) \quad \rightarrow \quad \text{Relation de conjugaison de la lentille mince}$$

### 2.2.3 La vergence C d'une lentille mince

La vergence C d'une lentille mince est exprimée par :

$$C = \frac{n-n'}{n'} \left( \frac{1}{OC_1} - \frac{1}{OC_2} \right)$$

L'unité de la vergence est la dioptrie  $\delta$  ( $1 \delta = 1 \text{ m}^{-1}$ ).

- ✚ Si la vergence est positive ( $C > 0$ ) la lentille est dite convergente.
- ✚ Si la vergence est négative ( $C < 0$ ) la lentille est dite divergente.

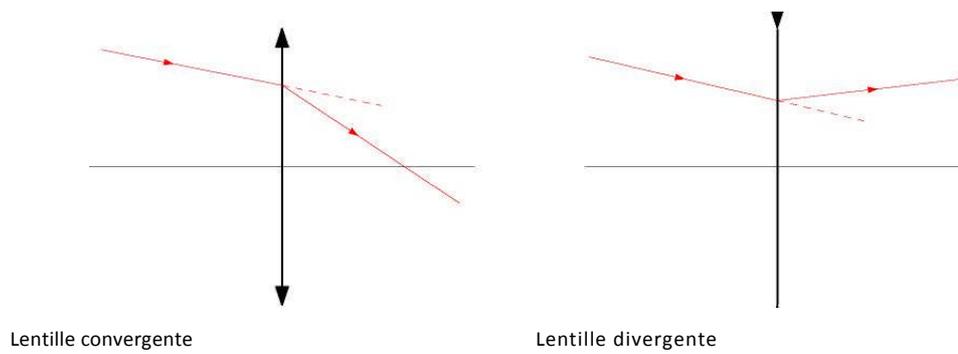


Figure 6. Schématisation des lentilles minces.

### 2.2.4 Points focaux objet et image

**L'infini optique** : les rayons lumineux qui viennent ou qui vont vers l'infini sont parallèles (en pratique 10 mètres).

#### Définitions

- a. **Foyer image  $F'$**  : est la position de l'image sur l'axe optique lorsque l'objet est à l'infini (Figures 7a et 7b).  
 $F'$  est réel pour une lentille convergente et virtuel pour une lentille divergente.

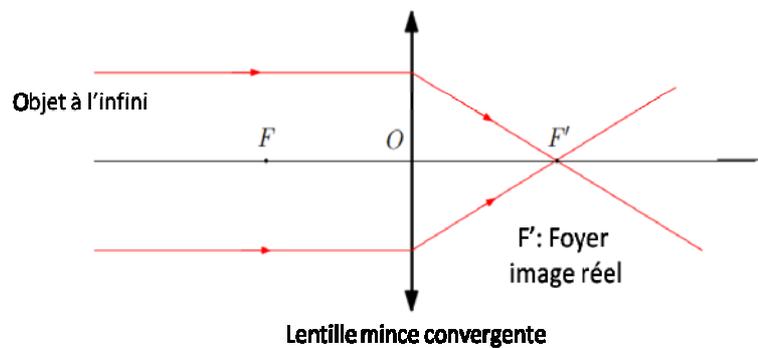


Figure 7a. Foyer image d'une lentille mince convergente.

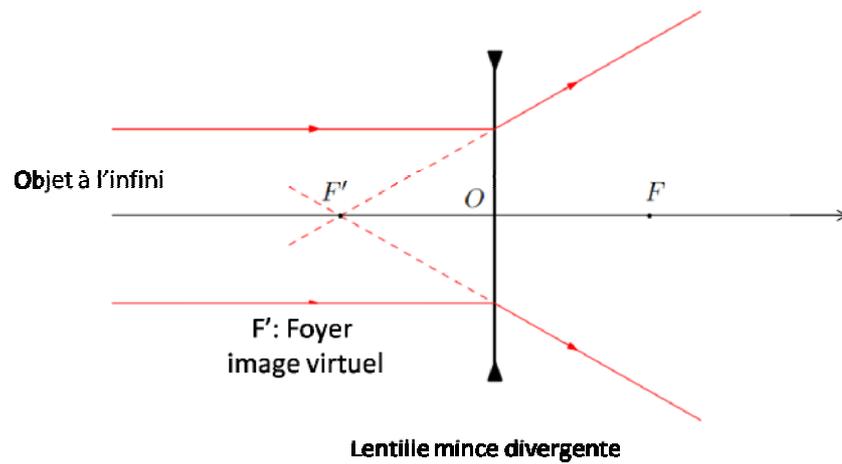


Figure 7b. Foyer image d'une lentille mince divergente.

- b. **Foyer objet  $F$**  : est la position de l'objet sur l'axe optique lorsque l'image est à l'infini. (Figures 8a et 8b).  
 $F$  est réel pour une lentille convergente et virtuel pour une lentille divergente.

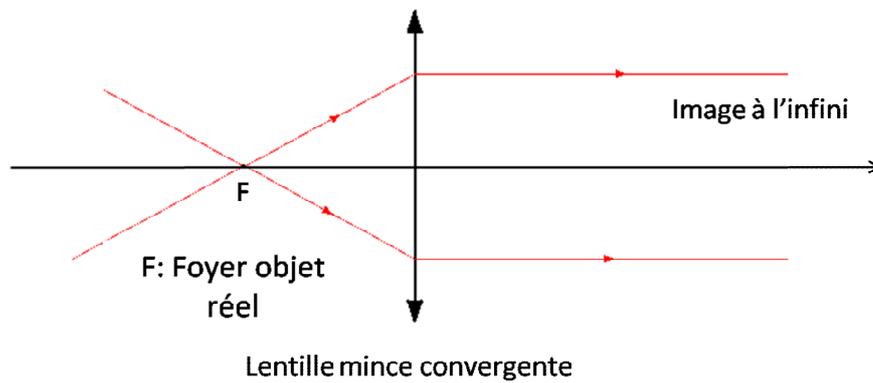


Figure 8a. Foyer objet d'une lentille mince convergente.

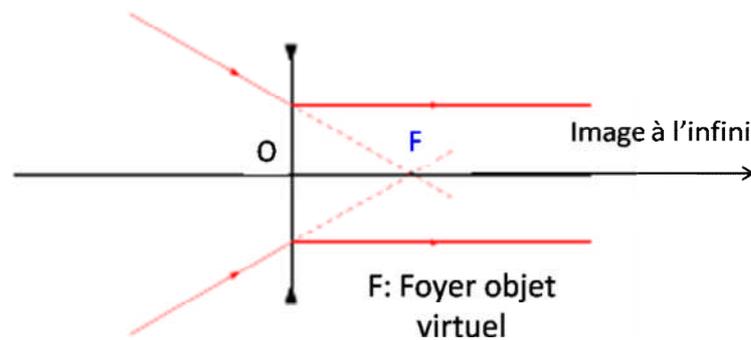


Figure 8b. Foyer objet d'une lentille mince convergente.

Remarquons que:

- Le foyer objet et le foyer image d'une lentille convergente sont réels.
- Le foyer objet et le foyer image d'une lentille divergente sont virtuels.
- D'après le principe du retour inverse de la lumière, les foyers objet et image sont symétriques par rapport au centre optique:

$$\overline{OF'} = -\overline{OF}$$

### 2.2.5 Distance focale d'une lentille mince

Lorsque  $\overline{OA'} \rightarrow \infty$  d'après l'équation (3), la position du point focal objet est donnée par :

$$-\frac{1}{\overline{OF}} = \frac{n-n'}{n'} \left( \frac{1}{\overline{OC}_1} - \frac{1}{\overline{OC}_2} \right)$$

Celle du point focal image  $F'$  par ( $\overline{OA} \rightarrow \infty$  :

$$\frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{n-n'}{n'} \left( \frac{1}{\overline{OC}_1} - \frac{1}{\overline{OC}_2} \right)$$

Par définition les distances focales objet et image notées  $f$  et  $f'$  sont des quantités égales aux valeurs algébriques :

$$f = \overline{OF} \quad ; \quad f' = \overline{OF'} \quad ; \quad f' = -f$$

Ainsi, la relation de conjugaison de la lentille mince est réécrite sous la forme :

$$\frac{1}{\overline{OF'}} = -\frac{1}{\overline{OF}} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}}$$

Relation de conjugaison de la lentille mince ou relation de Descartes

### 2.2.6 Grandissement d'une lentille mince

Soit l'image  $A_1B_1$  donnée par une lentille mince d'un objet  $AB$ .

**Définition**

Le grandissement  $\gamma$  d'une lentille mince est donné par  $\gamma = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$

Considérons les triangles  $ABO$  et  $A_1B_1O$  (voir figures 9 ci-dessous) ; on a :

$$\gamma = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}}$$

Si :

$\gamma > 0$  : L'image est droite.

$\gamma < 0$  : L'image est renversée.

$|\gamma| > 1$  : L'image est agrandie.

$|\gamma| < 1$  : L'image est réduite.

### 2.2.7 Construction géométrique de l'image d'un objet à travers une lentille mince

#### Règles de construction

On se sert de trois règles de construction suivantes :

- ➡ un rayon passant par le centre optique de la lentille n'est pas dévié ;
- ➡ un rayon incident parallèle à l'axe optique émerge de la lentille en passant par le point focal image ;
- ➡ un rayon incident passant par le point focal objet de la lentille émerge parallèlement à l'axe optique.

Construisons l'image  $A_1B_1$  d'un objet  $AB$ .

Selon la position de l'objet, il existe huit cas possible.

cas d'une lentille convergente

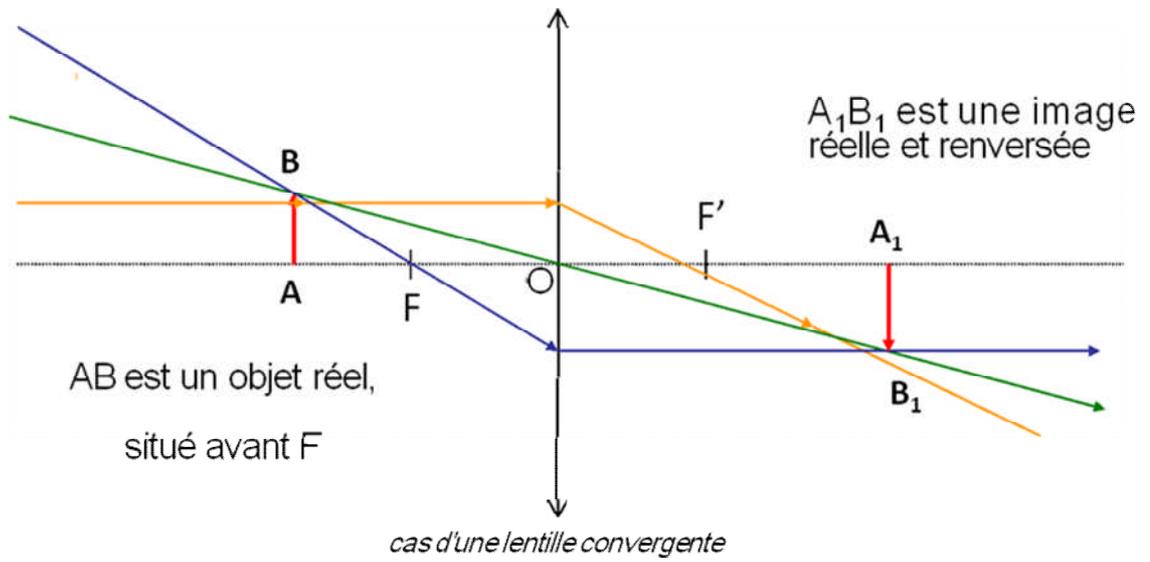


Figure 9a.

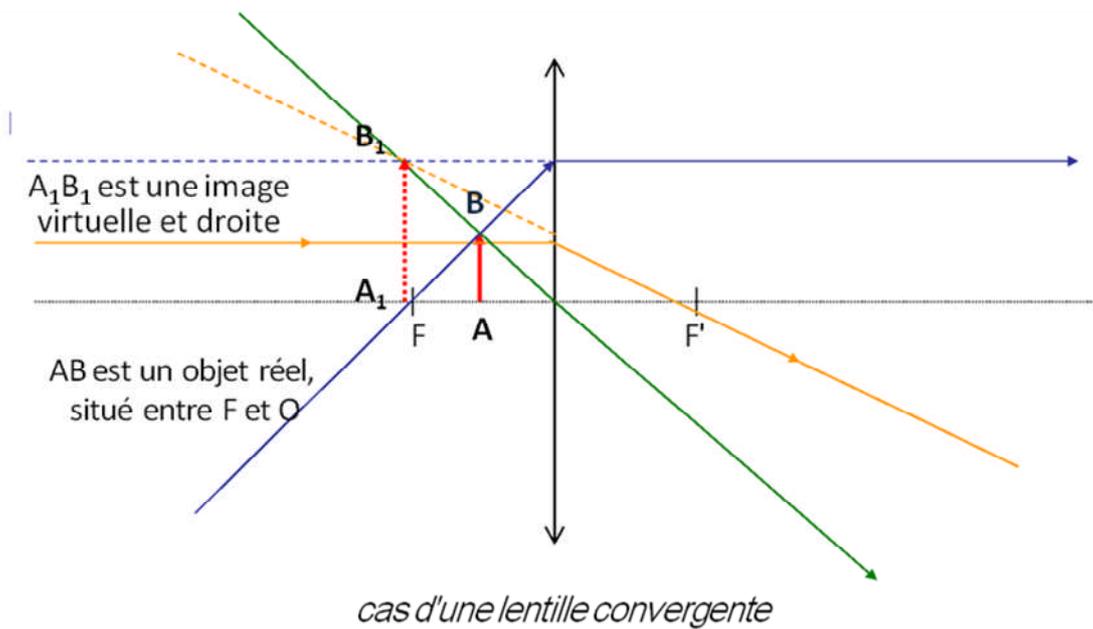
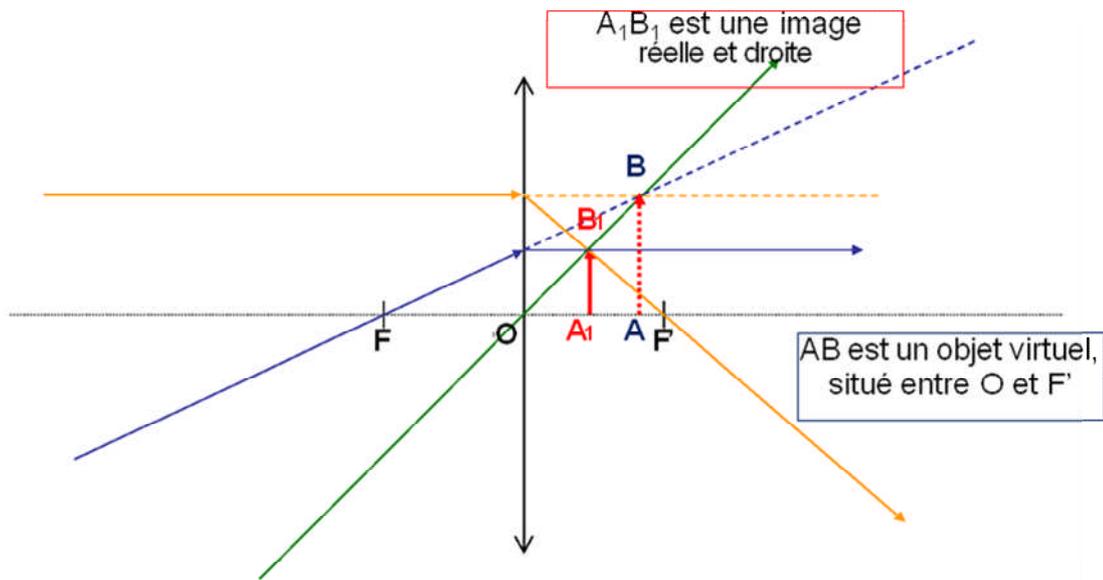
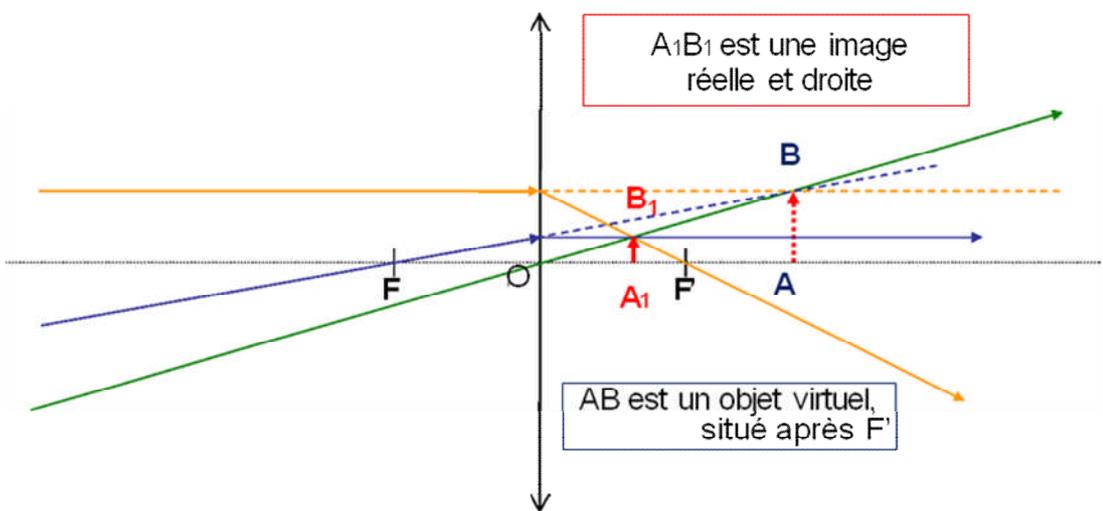


Figure 9b.



*cas d'une lentille convergente*

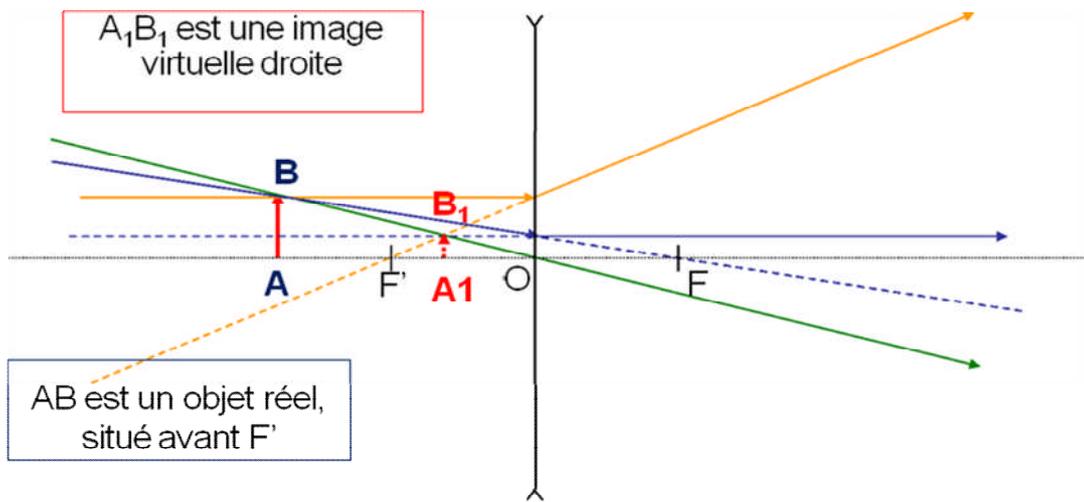
Figure 9c.



*cas d'une lentille convergente*

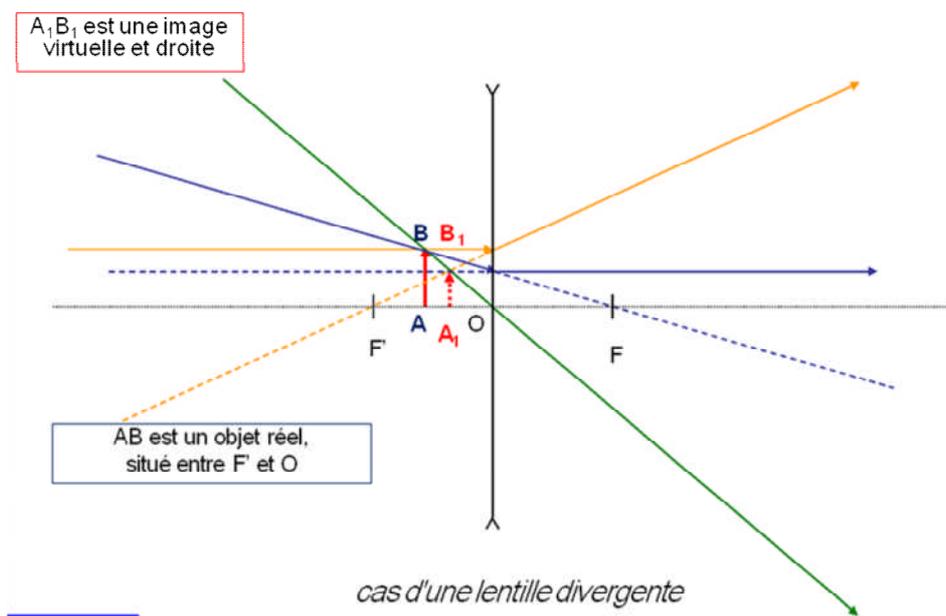
Figure 9d.

➔ Cas d'une lentille divergente



*cas d'une lentille divergente*

Figure 9e.



*cas d'une lentille divergente*

Figure 9f.

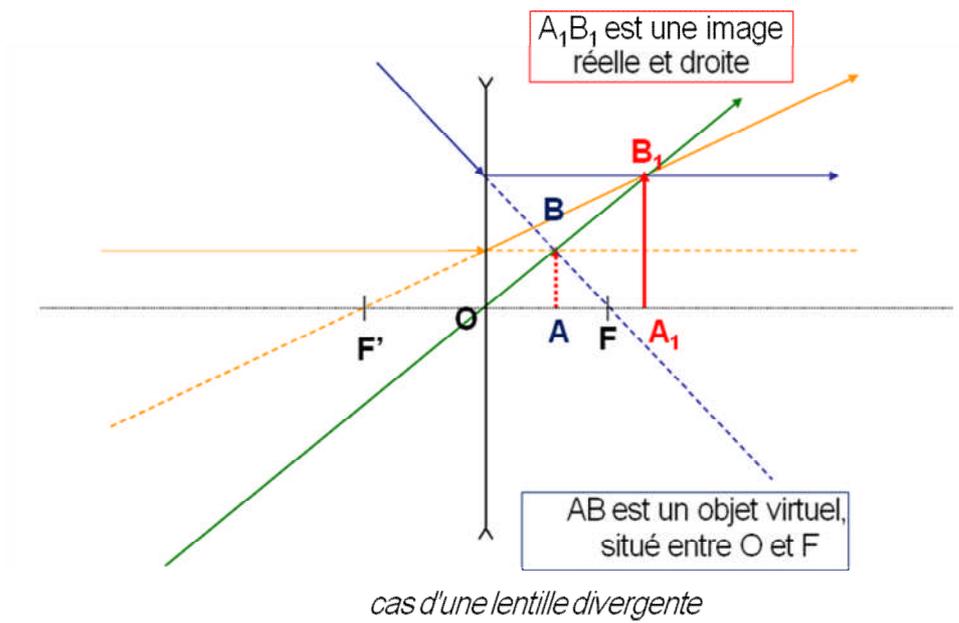


Figure 9g.

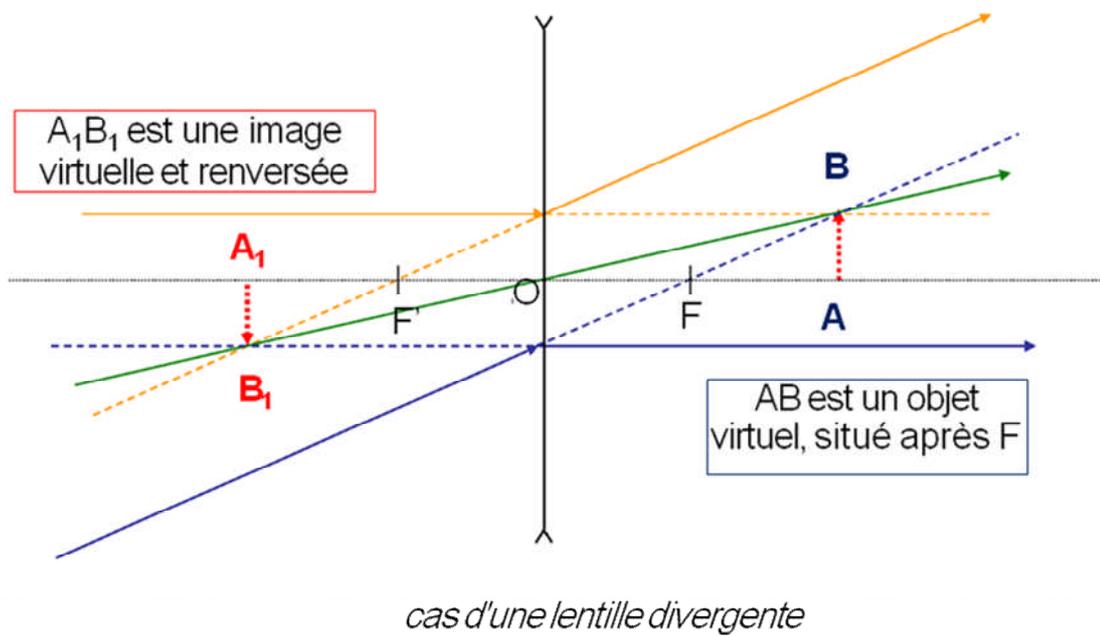


Figure 9h.